

B.A./B.Sc. THIRD YEAR MATHEMATICS SYLLABUS
SEMESTER – VI: PAPER – VIII-B-2
ELECTIVE – VIII-B-2: SPECIAL FUNCTIONS

UNIT-I (HERMITE POLYNOMIAL)

Hermite Differential Equations, Solution of Hermite Equation, Hermite's Polynomials, Generating function, Other forms for Hermite Polynomial, To find first few Hermite Polynomials, Orthogonal properties of Hermite Polynomials, Recurrence formulae for Hermite Polynomials. CHAPTER: 6.1 to 6.8

UNIT-II (LAGUERRE POLYNOMIALS-I)

Laguerre's Differential equation, Solution of Laguerre's equation, Laguerre Polynomials, Generating function, Other forms for the Laguerre Polynomials, To find first few Laguerre Polynomials, Orthogonal property of the Laguerre Polynomials, Recurrence formula for Laguerre Polynomials, Associated Laguerre Equation. CHAPTER: 7.1 to 7.9

UNIT-III (LEGENDRE'S EQUATION)

Definition, Solution of Legendre's Equation, Definition of $P_n(x)$ and $Q_n(x)$, General solution of Legendre's Equation (derivation is not required) To show that $P_n(x)$ is the coefficient of h^n in the expansion of $(1 - 2xh + h^2)^{-\frac{1}{2}}$, Orthogonal properties of Legendre's Equation, Recurrence formula, Rodrigues formula, CHAPTER: 2.1 to 2.8, 2.12,

UNIT-IV (BESSEL'S EQUATION)

Definition, Solution of Bessel's General Differential Equations, General solution of Bessel's Equation, Integration of Bessel's equation in series for $n=0$, Definition of $J_n(x)$, Recurrence formulae for $J_n(x)$, Generating function for $J_n(x)$. CHAPTER: 5.1 to 5.7

UNIT-V (Beta and Gamma functions)

Euler's Integrals-Beta and Gamma Functions, Elementary properties of Gamma Functions, Transformation of Gamma Functions, Another form of Beta Function, Relation between Beta and Gamma Functions, Other Transformations. CHAPTER: 2.9 to 2.15

Prescribed text book: Special Functions by J.N.Sharma and Dr.R.K.Gupta.

ADIKAVI NANNAYA UNIVERSITY, RAJAMAHENDRAVARAM
III B.A/B.Sc VI Semester MATHEMATICS PAPER-VIII (A,B,D-2)
CLUSTER ELECTIVE - SPECIAL FUNCTIONS

Time: 3Hrs

Max.Marks: 75

SECTION-A

Answer any 5 questions of the following.

5X5=25

1. Prove that $H_n''(x) = 4n(n-1)H_{n-2}(x)$
2. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$
3. Prove that $L_n'(x) = -\sum_{r=0}^{n-1} L_r(x)$
4. Prove that $p_n(0) = 0$ for 'n' odd and $p_n(0) = \frac{(-1)^{\frac{n}{2}} n!}{2^n \left\{ \left(\frac{n}{2} \right) ! \right\}^2}$ for 'n' even
5. Prove that $\int_{-1}^1 P_m(x) P_n(x) dx = 0$ if $m \neq n$
6. Prove that i) $J_0' = -J_1$ ii) $J_2 - J_0 = 2J_0'$
7. Prove that $2J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$
8. Evaluate $\int_0^a x^4 \sqrt{a^2 - x^2} dx$

SECTION-B

Answer all the following questions

5X10=50

9. a) Prove that $e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x)$
OR
b) Prove that $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ \sqrt{\pi} 2^n n! & \text{if } m = n \end{cases}$
10. a) Prove that $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$
OR

b) Find $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ and $L_4(x)$

11. a) Prove that $P_n(x) = \frac{1}{n!2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

OR

b) Prove that $(2n+1)xP_n(x) = (n+1)P_{n+1}(x) + nP_{n-1}(x)$

12.a) Show that i) $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$ when n is a positive integer

ii) $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ when n is a negative integer

OR

b) Prove that $xJ_n'(x) = -nJ_n(x) + xJ_{n-1}(x)$

13. a) Prove that $\beta_{l,m} = \frac{\Gamma l \Gamma m}{\Gamma l + \Gamma m}$

OR

b) When n is a positive integer, Prove that $\Gamma\left(-n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(-1)^n 2^n \sqrt{\pi}}{1.3.5.....(2n-1)}$

Regular
2017-18

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-H/CB-
BS632-H/CB-BA628-L/CB-BS632-L]

AT THE END OF SIXTH SEMESTER DEGREE
EXAMINATIONS

CLUSTER ELECTIVE - (A2)

MATHEMATICS-VI(F)-SPECIAL FUNCTIONS

(COMMON FOR B.A., B.SC.)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

I. Answer any Five questions from the following :
(5×5=25)

ఏదైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1) Prove that $e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x)$

$e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x)$ అని నిరూపించండి.

- 2) Find the first five Hermite polynomials.

మొదటి ఐదు హెర్మైట్ బహుపదులను కనుక్కోండి.

- 3) Show that $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$

$$t_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x}) \text{ అని చూపండి}$$

- 4) Show that $xL_n^1(x) = nL_n(x) - nL_{n-1}^{(x)}$

$$xL_n^1(x) = nL_n(x) - nL_{n-1}^{(x)} \text{ అని చూపండి.}$$

- 5) Show that $p_n(x)$ is the coefficient of h^n in the expansion of $(1 - 2xh + h^2)^{-1/2}$

$$(1 - 2xh + h^2)^{-1/2} \text{ యొక్క విస్తరణలో } h^n \text{ యొక్క గుణకము } p_n(x) \text{ అని చూపండి.}$$

6) Prove that $J_2 = J_0^{11} - x^{-1} J_0^1$

$J_2 = J_0^{11} - x^{-1} J_0^1$ అని చూపండి.

7) Show that

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$ అని చూపండి.

8) Evaluate $\int_0^2 x(8-x^3)^{\frac{1}{2}} dx$ using Beta - Gamma functions.

బీటా- గామా ప్రమేయాలను ఉపయోగించి $\int_0^2 x(8-x^3)^{\frac{1}{2}} dx$ ని గణన చేయండి.

SECTION - B

II. Answer all the following questions. Each question carries 10 marks. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

[Turn over

9) a) Prove that

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = \begin{cases} 0; & m \neq n \\ \sqrt{\pi} n! 2^n; & m = n \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = \begin{cases} 0; & m \neq n \\ \sqrt{\pi} n! 2^n; & m = n \end{cases}$$

అని చూపండి

(OR/లేదా)

b) Prove that $H_n(x) = 2^n \left\{ \exp. \left(\frac{-1}{4} \frac{d^2}{dx^2} \right) x^n \right\}$

$$H_n(x) = 2^n \left\{ \exp. \left(\frac{-1}{4} \frac{d^2}{dx^2} \right) x^n \right\} \text{ అని నిరూపించండి.}$$

10) a) Find the general solution of the Laguerre differential equation by series integration

శ్రేణి సమాకలనం ద్వారా లాగుర్ అవకలన సమీకరణం యొక్క సామాన్య సాధనను కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\int_0^{\infty} e^{-st} L_n(t) dt = \frac{1}{s} \left(1 - \frac{1}{s}\right)^n$

$$\int_0^{\infty} e^{-st} L_n(t) dt = \frac{1}{s} \left(1 - \frac{1}{s}\right)^n \text{ అని చూపండి.}$$

11) a) When n is a positive integer, show that

$$p_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\phi}{\left\{ \left[x \pm \sqrt{(x^2 - 1)} \right] \cos \phi \right\}^{n+1}}$$

n ధన పూర్ణ సంఖ్య అయినప్పుడు.

$$p_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\phi}{\left\{ \left[x \pm \sqrt{(x^2 - 1)} \right] \cos \phi \right\}^{n+1}} \text{ అని చూపండి.}$$

(OR/లేదా)

b) Show that $(2n+1)xp_n = (n+1)p_{n+1} + np_{n-1}$

$$(2n+1)xp_n = (n+1)p_{n+1} + np_{n-1} \text{ అని చూపండి.}$$

- 12) a) Prove that when n is a positive integer, $J_n(x)$ is the coefficient of Z^n in the expansion of $\exp\left(x\left(z - \frac{1}{z}\right)/2\right)$ in ascending and descending powers of z

n ఒక ధన పూర్ణాంకం అయినప్పుడు Z యొక్క అవరోహణ మరియు ఆరోహణ ఘాతాలలో $\exp\left(x\left(z - \frac{1}{z}\right)/2\right)$ విస్తరణలో Z^n యొక్క గుణకం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

- b) Prove that $\sqrt{\frac{\pi(x)}{2}} J_{3/2}(x) = \frac{1}{x} \sin x - \cos x$

$$\sqrt{\frac{\pi(x)}{2}} J_{3/2}(x) = \frac{1}{x} \sin x - \cos x \text{ అని చూపండి.}$$

13) a) Prove that $\Gamma(m)\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\Gamma(2m)$

$$\Gamma(m)\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\Gamma(2m) \text{ అని నిరూపించండి.}$$

(OR/లేదా)

b) Evaluate

i) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^4} dx$

ii) $\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx$



En: 14
2017-18

[Total No. of Printed Pages-4

[CB-BA 628 F/CB-BS 632F/CB-BA628-H/CB-BS-632H/
CB-BA 628L /CB-BS 632L]

AT THE END OF SIXTH SEMESTER

DEGREE EXAMINATIONS

CLUSTER ELECTIVE - (A2)

MATHEMATICS - VI(F) -SPECIAL FUNCTIONS

(COMMON FOR B.A, B.SC)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

PART -A

I. Answer any Five of the following questions . (5×5=25)

ఈ క్రింది వాని నుండి ఏదైనా ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

1. Show that $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$ అని చూపండి.
2. Show that $2xH_n(x) = 2nH_{n-1}(x) + H_{n+1}(x)$ అని చూపండి.
3. Obtain the first four Legendre polynomials L_1 to L_4 .
మొదటి నాలుగు L_1 లాగుర్ మహుపదులను రాబట్టండి.
4. Prove that $x L_n'(x) + (1-x)L_n'(x) + n L_n(x) = 0$
అని నిరూపించండి.
5. Express $P(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ in terms of Legendre's polynomials.
 $P(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ లెజెండర్ మహుపదులలో వ్యక్త పరచండి.

6. Show that $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} = \operatorname{erf} x; J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

అని చూపండి.

7. Prove that $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\pi x} J_{1/2}(2x) dx = 1$ అని చూపండి.

8. Evaluate $\int_0^2 x(8-x^3)^{1/2} dx$ using Beta- gamma functions

బీటా - గామా ప్రమేయాలను ఉపయోగించి, $\int_0^2 x(8-x^3)^{1/2} dx$ ను

గణన చేయండి.

PART - B

II. Answer ALL questions choosing one from each unit.

(5×10=50)

ఒక్కొక్క యూనిట్ నుండి ఒక ప్రశ్నకు సమాధానములు వ్రాయుము.

UNIT - I

9. a) Solve the Hermite differential equation

$$y'' - 2xy' + 2xy = 0 \text{ by series integration and find the general solution.}$$

హెర్మిట్ అవకలన సమీకరణం $y'' - 2xy' + 2xy = 0$ ని శ్రేణి సమాకలనం ద్వారా సాధించి సాధారణ సాధనను కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Show that

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} \{H_n(x)\}^2 dx = \sqrt{\pi} 2^n n! (n + \frac{1}{2})$$

అని చూపండి.

UNIT - II

10. a) Prove that $\frac{1}{1-t} e^{\frac{-x}{1-t}} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n L_n(x)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

- b) Show that $\int_0^{\infty} e^{-x} L_m(x) L_n(x) dx = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n \end{cases}$

అని చూపండి.

UNIT - III

11. a) Show that $P_n(x)$ is the coefficient of h^n in the expansion in ascending powers of $(1 - 2xh + h^2)^{-1/2}$
 $(1 - 2xh + h^2)^{-1/2}$ యొక్క ఆరోహణ షాతముల విస్తరణలో
 h^n యొక్క గుణకము $P_n(x)$ అని చూపండి.

(OR/లేదా)

- b) Show that

$$\int_{-1}^1 p_m(x) p_n(x) dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{2}{2n+1}, & m = n \end{cases}$$

అని చూపండి.

UNIT - IV

12. a) Show that when n is an integer

$$\pi J_n \int_0^{\pi} \cos(n\theta - x \sin \theta) d\theta = n \quad \text{పూర్ణాంకం}$$

అయినప్పుడు $\pi J_n \int_0^{\pi} \cos(n\theta - x \sin \theta) d\theta$ అని
 చూపండి.

(4)

[CB-BS632-HFL-CB-BA628- HFL]

(OR/లేదా)

b) Show that

$$(i) \quad x j_n'(x) = n j_n(x) - x j_{n+1}(x)$$

$$ii) \quad 2n j_n(x) = x[j_{n-1}(x) + j_{n+1}(x)]$$

అని చూపండి.

UNIT - IV

13. a) Show that

$$\beta(m, n) = \frac{p(m)p(n)}{p(m+n)} \text{ Deduce that } p\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

అని చూపండి. తద్వారా $p\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ అని ఉత్పాదించండి.

(OR/లేదా)

b) Evaluate

$$i) \quad \int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx$$

$$ii) \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta$$

గణన చేయండి

9/9
2017-18
Supply

[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-H/CB-BS632-H/
CB-BA628-L/CB-BS632-L]

AT THE END OF SIXTH SEMESTER

DEGREE EXAMINATIONS

CLUSTER ELECTIVE -(A2)

MATHEMATICS -VI(F) - SPECIAL FUNCTIONS

(COMMON FOR B.A, B.SC)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION-A

విభాగము - ఎ

Answer any **FIVE** questions of the following. ($5 \times 5 = 25$)

ఈ క్రింది ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

1. Prove that $H_n'(x) = 2n H_{n-1}(x) \quad n \geq 1.$

$H_n'(x) = 2n H_{n-1}(x) \quad n \geq 1$ అని నిరూపించుము.

2. Prove that $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}).$

$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$ ని నిరూపించుము.

3. Find first Laguerre polynomials $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ and $L_4(x).$

$L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ మరియు $L_4(x)$ లను కనుగొనుము.

4. Prove that $(2n+1)p_n = p'_{n+1} - p'_{n-1}.$

$(2n+1)p_n = p'_{n+1} - p'_{n-1}$ అని చూపుము.

5. Show that $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$.

$P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$ అని చూపుము.

6. Prove that

i) $J_0' = -J_1$

ii) $J_2 = J_0'' - x^{-1} J_0'$

అని చూపుము.

7. Prove that $\frac{d}{dx} [x^{-n} J_n(x)] = -x^{-n} J_{n+1}(x)$.

$\frac{d}{dx} [x^{-n} J_n(x)] = -x^{-n} J_{n+1}(x)$ అని చూపుము.

8. Evaluate $\int_0^1 x^4 (1-x)^2 dx$

$\int_0^1 x^4 (1-x)^2 dx$ ని గణించుము.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer ALL the following questions. (5×10=50)

ఈ క్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

9. a) Prove that $e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x)$

$e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x)$ అని చూపుము.

(OR/లేదా)

b) Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$

$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$ ను గణించుము.

10. a) Prove that

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ 1 & \text{if } m = n \end{cases}$$

నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Prove that $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$

$L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ అని చూపుము.

11. a) Prove that $(2n+1)x p_n = (n+1)p_{n+1} + n p_{n-1}$.

$(2n+1)x p_n = (n+1)p_{n+1} + n p_{n-1}$ అని చూపుము.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\int_{-1}^{+1} p_m(x) \cdot p_n(x) dx = 0$ if $m \neq n$.

$\int_{-1}^{+1} p_m(x) \cdot p_n(x) dx = 0$ if $m \neq n$ నిరూపించుము.

[Turn over

12. a) Prove that $x J_n'(x) = n J_n(x) - x J_{n+1}(x)$

$x J_n'(x) = n J_n(x) - x J_{n+1}(x)$ నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Show that

i) $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

ii) $J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

అని చూపుము.

13. a) Prove that

$2^n \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \right] = 1.3.5.....(2n-1) \sqrt{\pi}$ where n is a positive integer.

$2^n \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \right] = 1.3.5.....(2n-1) \sqrt{\pi}$

అని చూపుము. (n ధన పూర్ణాంకము)

(OR/లేదా)

b) Evaluate $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x}}$.

$\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x}}$ ని గణించుము.

18-19

[Total No. of Printed Pages-4

**[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-H/
CB-BS632-H/CB-BA628-L/CB-BS632-L]
AT THE END OF SIXTH SEMESTER
DEGREE EXAMINATIONS
CLUSTER ELECTIVE-(A2)
MATHEMATICS - VI(F) - SPECIAL FUNCTIONS
(COMMON FOR B.A, B.Sc)
(From The Admitted Batch of 2015-16)
(CBCS PATTERN)**

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

I. Answer any Five questions of the following. (5×5=25)

ఈ క్రింది ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$

$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$ ను గణించుము.

2. i) Prove that $H'_n(x) = 2xH_n(x) - H_{n+1}(x)$

$H'_n(x) = 2xH_n(x) - H_{n+1}(x)$ అని నిరూపించుము.

ii) Prove that $H''_n(x) - 2xH'_n(x) + 2nH_n(x) = 0$

$H''_n(x) - 2xH'_n(x) + 2nH_n(x) = 0$ అని నిరూపించుము.

3. Find $L_0(x)$, $L_1(x)$, $L_2(x)$, $L_3(x)$ and $L_4(x)$.
 $L_0(x)$, $L_1(x)$, $L_2(x)$, $L_3(x)$ మరియు $L_4(x)$ లను కనుగొనుము.
4. Prove that $(2n+1)P_n = P'_{n+1} - P'_{n-1}$
 $(2n+1)P_n = P'_{n+1} - P'_{n-1}$ అని చూపుము.
5. Show that $P_n(x)$ is the coefficient of h^n in the expansion in ascending powers of $(1-2xh+h^2)^{-1/2}$.
 $(1-2xh+h^2)^{-1/2}$ విస్తరణలోని h^n యొక్క ఆర్థోహణ ఘాతాల యొక్క గుణకము $P_n(x)$ అని చూపుము.
6. Prove that (i) $J'_0 = -J_1$ (ii) $J_2 = J''_0 - x^{-1}J'_0$
(i) $J'_0 = -J_1$ (ii) $J_2 = J''_0 - x^{-1}J'_0$ నిరూపించుము.
7. Prove that $xJ'_n(x) = nJ_n(x) - xJ_{n+1}(x)$
 $xJ'_n(x) = nJ_n(x) - xJ_{n+1}(x)$ అని చూపుము.
8. Evaluate $\int_0^1 x^4(1-x)^2 dx$.
 $\int_0^1 x^4(1-x)^2 dx$ ని గణించండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

II. Answer All the Following Questions.

ఈ క్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇమ్ము. (5×10=50)

9. a) Prove that $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$.
 $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$ నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Prove that $e^{2ix-i^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} H_n(x)$

$$e^{2ix-i^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} H_n(x) \text{ అని నిరూపించుము.}$$

10. a) Prove that $\int_0^{\infty} e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ 1 & \text{if } m = n \end{cases}$

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ 1 & \text{if } m = n \end{cases} \text{ అని నిరూపించుము.}$$

(OR/లేదా)

b) Prove that $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$

$$L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x}) \text{ అని చూపుము.}$$

11. a) Prove that $\int_{-1}^{+1} P_m(x) P_n(x) dx = 0$ if $m \neq n$

$$m \neq n \text{ అయితే } \int_{-1}^{+1} P_m(x) P_n(x) dx = 0 \text{ నిరూపించుము.}$$

(OR/లేదా)

b) $P_n(x) = \frac{1}{n! 2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ prove it.

$$P_n(x) = \frac{1}{n! 2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \text{ అని నిరూపించుము.}$$

12. a) i) Prove that $2nJ_n(x) = x[J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)]$

$$2nJ_n(x) = x[J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)] \text{ అని చూపుము.}$$

[Turn over

(4)

[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-H/
CB-BS632-H/CB-BA628-L/CB-BS632-L]

ii) $\frac{d}{dx}[x^{-n}J_n(x)] = -x^{-n}J_{n+1}(x)$ Prove it.

$\frac{d}{dx}[x^{-n}J_n(x)] = -x^{-n}J_{n+1}(x)$ అని చూపుము.

(OR/లేదా)

b) Show that

i) $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

$J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$ అని చూపుము.

ii) Show that $J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

$J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ అని చూపుము.

13. a) Prove that $\sqrt{(-n + \frac{1}{2})} = \frac{(-1)^n 2^n \sqrt{\pi}}{1.3.5....(2n-1)}$

$\sqrt{(-n + \frac{1}{2})} = \frac{(-1)^n 2^n \sqrt{\pi}}{1.3.5....(2n-1)}$ అని చూపుము.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\beta(l, m) = \frac{\sqrt{l}\sqrt{m}}{\sqrt{l+m}}$

$\beta(l, m) = \frac{\sqrt{l}\sqrt{m}}{\sqrt{l+m}}$ అని చూపుము.

[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-H/CB-BS632-H/CB-BA628-L/CB-BS632-L]

AT THE END OF SIXTH SEMESTER

DEGREE EXAMINATION

CLUSTER ELECTIVE-(A2)

MATHEMATICS-VI(F)-SPECIAL FUNCTIONS

(Common for B.A., B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

SECTION - A Maximum : 75 Marks

విభాగము - ఎ

Answer any Five of the following.

(5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Prove that $H_n^1 = 4n(n-1)H_{n-2}$

$H_n^1 = 4n(n-1)H_{n-2}$ అని చూపండి.

2. Prove that if $m < n$, $\frac{d^m}{dx^m} \{H_n(x)\} = \frac{2^m n!}{(n-m)!} H_{n-m}(x)$

$m < n$ అయితే,

$\frac{d^m}{dx^m} \{H_n(x)\} = \frac{2^m n!}{(n-m)!} H_{n-m}(x)$ అని చూపండి.

3. Prove that $L_n(0)=1$.

$L_n(0)=1$ అని చూపండి.

4. Prove that $(2n+1)P_n = P_{n+1}^1 - P_{n-1}^1$.

$(2n+1)P_n = P_{n+1}^1 - P_{n-1}^1$ అని చూపండి.

5. Show that $P_n(1)=1$.

$P_n(1)=1$ అని చూపండి.

6. Show that when n is a positive integer $J_{-n}(x)=(-1)^n J_n(x)$

n ధన పూర్ణాంకం, $J_{-n}(x)=(-1)^n J_n(x)$ అని చూపండి.

7. Prove that $2J_n^1(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$

$2J_n^1(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$ అని చూపండి.

8. Evaluate $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$

$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$ విలువను రాబట్టండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All the questions.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

9. a) Prove that $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2})$

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2}) \text{ అని చూపండి.}$$

(OR/లేదా)

b) Prove that $2x H_n(x) = 2n H_{n-1}(x) + H_{n+1}(x)$

$$2x H_n(x) = 2n H_{n-1}(x) + H_{n+1}(x) \text{ అని చూపండి.}$$

10. a) Prove that

$$\int_0^\infty e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = \int_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ 1 & \text{if } m = n \end{cases}$$

అని చూపండి.

- b) Prove that $(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1-x)L_n(x) - L_{n-1}(x)$
 $(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1-x)L_n(x) - L_{n-1}(x)$ అని చూపండి.

11. a) Express $P(x) = X^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ in terms of Legendre's polynomials.

$P(x) = X^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ ను లెజాండర్ బహుపదులల్లో వ్యక్తపరచండి

(OR/లేదా)

- b) State and prove Rodrigue's formula.

రోడ్రీగ్ సూత్రమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

12. a) Prove that $\frac{d}{dx}(xJ_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$

$\frac{d}{dx}(xJ_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$ అని చూపండి.

(OR/లేదా)

- b) Prove that $\sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{3/2}(x) = \frac{1}{x} \sin x - \cos x$

$\sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{3/2}(x) = \frac{1}{x} \sin x - \cos x$ అని చూపండి.

13. a) Prove that $\beta(l, m) = \frac{\Gamma(l)\Gamma(m)}{\Gamma(l+m)}$

$$\beta(l, m) = \frac{\Gamma(l)\Gamma(m)}{\Gamma(l+m)} \text{ అని చూపండి.}$$

(OR/లేదా)

b) Evaluate

i) $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x}}$

ii) $\int_0^\infty \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}} dx$ విలువలను రాబట్టుము.

SEP/2020
Regular

[CB-BA 628-F / CB-BS 632-F /
CB-BA 628-H / CB-BS 632-H /
CB-BA 628-L / CB-BS 632-L]

AT THE END OF SIXTH SEMESTER
(CBCS PATTERN)

CLUSTER ELECTIVE – (A2)

MATHEMATICS – VI(F) – SPECIAL FUNCTIONS

(COMMON FOR B.A. B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time: 3 Hours

Maximum: 75 marks

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions of the following.

1. Prove that $H_{2n}(0) = (-1)^n \cdot \frac{(2n)!}{n!}$.

$H_{2n}(0) = (-1)^n \cdot \frac{(2n)!}{n!}$ అని చూపండి.

2. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$.

$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx$ విలువను రాబట్టుము.

3. Find first four Laguerre Polynomials.

మొదటి నాలుగు లాఘరీ బహుపదులను కనుక్కోండి.

4. Prove that $(n+1)p_n = p'_{n+1} - xp'_n$.
 $(n+1)p_n = p'_{n+1} - xp'_n$ అని చూపండి.
5. Prove that $(2n+1)p_n = (p'_{n+1} - p'_{n-1})$.
 $(2n+1)p_n = (p'_{n+1} - p'_{n-1})$ అని చూపండి.
6. Prove that (a) $J'_0 = -J_1$ (b) $J_2 = J''_0 - x^{-1}J'_0$.
(a) $J'_0 = -J_1$ (b) $J_2 = J''_0 - x^{-1}J'_0$ అని చూపండి.
7. Show that $\frac{d}{dx}[x^{-n}J_n(x)] = x^{-n} \cdot J_{n+1}(x)$.
 $\frac{d}{dx}[x^{-n}J_n(x)] = x^{-n} \cdot J_{n+1}(x)$ అని చూపండి.
8. Compute (a) $\Gamma(-1/2)$ (b) $\Gamma(-5/2)$.
(a) $\Gamma(-1/2)$ (b) $\Gamma(-5/2)$ గణించండి.

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL of the following questions.

9. (a) Find $H_0(x)$, $H_1(x)$, $H_2(x)$, $H_3(x)$, $H_4(x)$ and $H_5(x)$.
 $H_0(x)$, $H_1(x)$, $H_2(x)$, $H_3(x)$, $H_4(x)$ మరియు $H_5(x)$ లను కనుక్కోండి.

Or

2020

2 [CB-BA628-F/CB-BS632-F/
CB-BA628-H/CB-BS632-H/

(b) Prove that $P_n(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi} n!} \int_0^\infty t^n \cdot e^{-t^2} H_n(xt) dt$.

$$P_n(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi} n!} \int_0^\infty t^n \cdot e^{-t^2} H_n(xt) dt \text{ అని చూపండి.}$$

10. (a) To prove $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$.

$$L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x}) \text{ అని చూపండి.}$$

Or

(b) Prove that $x L'_n(x) = n L_n(x) - n L_{n-1}(x)$.
 $x L'_n(x) = n L_n(x) - n L_{n-1}(x)$ అని చూపండి.

11. (a) Prove that $\int_{-1}^{+1} P_m(x) P_n(x) dx = 0$ if $m \neq n$.

$$\int_{-1}^{+1} P_m(x) P_n(x) dx = 0, \quad m \neq n \text{ అని చూపండి.}$$

Or

(b) Show that (i) $p_n(1) = 1$ (ii) $p_n(-x) = (-1)^n p_n(x)$

(i) $p_n(1) = 1$ (ii) $p_n(-x) = (-1)^n p_n(x)$ అని చూపండి

12. (a) Prove that $2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$.

$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$ అని చూపండి.

Or

(b) Prove that $J_0^2 + 2(J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + \dots) = 1$.

$J_0^2 + 2(J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + \dots) = 1$ అని చూపండి.

13. (a) Prove that $\beta(l, m) = \frac{\Gamma(l) \Gamma(m)}{\Gamma(l+m)}$.

$\beta(l, m) = \frac{\Gamma(l) \Gamma(m)}{\Gamma(l+m)}$ అని చూపండి.

Or

(b) Show that $2^n \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = 1.3.5 \dots (2n-1) \sqrt{\pi}$.

$2^n \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = 1.3.5 \dots (2n-1) \sqrt{\pi}$ అని చూపండి.

2020-2021

[Total No. of Printed Pages-4]

[CB-BA628-F/CB-BS632-F/
CB-BA628-H/CB-BS632-H
CB-BA628-L/CB-BS632-L]

AT THE END OF SIXTH SEMESTER (CBCS PATTERN)
DEGREE EXAMINATIONS

CLUSTER ELECTIVE - (A2)

MATHEMATICS - VI(F) - SPECIAL FUNCTIONS
(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

సెక్షన్ - ఎ

Answer any Five of the following questions. (5×5=25)

క్రింది వానిలో ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానమునిమ్ము.

1. Prove that $H'_n(x) = 2nH_{n-1}(x)$, $n \geq 1$.

$n \geq 1$, $H'_n(x) = 2nH_{n-1}(x)$ అని నిరూపించండి.

2. Prove that $H_{2n+1}(0) = 0$.

$H_{2n+1}(0) = 0$ అని నిరూపించండి.

3. Prove that $xL''_n(x) + (1-x)L'_n(x) + nL_n(x) = 0$ and hence deduce that $L'_n(0) = -n$.

$xL''_n(x) + (1-x)L'_n(x) + nL_n(x) = 0$ అని నిరూపించి తద్వారా

$L'_n(0) = -n$ అని రాబట్టండి.

10000

[Turn over

4. Define Legendre's Equation.

లెజెండ్ర్ సమీకరణాన్ని నిర్వచించండి.

5. Prove that $(2n+1)xP_n = (n+1)P_{n+1} + nP_{n-1}$.

$(2n+1)xP_n = (n+1)P_{n+1} + nP_{n-1}$ అని నిరూపించండి.

6. Prove that $2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$.

$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$ అని నిరూపించండి.

7. Prove that $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)} \cos x$.

$J_{-1/2}(x) = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)} \cos x$ అని నిరూపించండి.

8. Evaluate $\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx$.

$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx$ ను గణించండి.

SECTION - B

సెక్షన్-బి

Answer ALL of the following questions. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములిమ్ము.

9. a) Prove that $H_n(x) = 2^n \left\{ \exp.\left(\frac{-1}{4} \frac{d^2}{dx^2}\right) x^n \right\}$.

$H_n(x) = 2^n \left\{ \exp.\left(\frac{-1}{4} \frac{d^2}{dx^2}\right) x^n \right\}$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) \cdot H_m(x) dx$.

$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} H_n(x) \cdot H_m(x) dx$ ను విశ్లేషించండి.

10. a) To prove $xL'_n(x) = nL_n(x) - nL_{n-1}(x)$.

$xL'_n(x) = nL_n(x) - nL_{n-1}(x)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) To find first few Laguerre Polynomials.

మొదటి కొన్ని లాగర్ బహుపదులను కనుక్కోండి.

11. a) Prove that $P_n(x) = \frac{1}{n!2^n} \cdot \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$.

$P_n(x) = \frac{1}{n!2^n} \cdot \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\int_{-1}^{+1} P_n(x) dx = 0, n \neq 0$ and $\int_{-1}^{+1} P_0(x) dx = 2$.

$\int_{-1}^{+1} P_n(x) dx = 0, n \neq 0$ మరియు $\int_{-1}^{+1} P_0(x) dx = 2$ అని నిరూపించండి.

12. a) Prove that $x.J'_n(x) = n.J_n(x) - x.J_{n+1}(x)$.

$x.J'_n(x) = n.J_n(x) - x.J_{n+1}(x)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\frac{d}{dx}(x J_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$.

$\frac{d}{dx}(x J_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$ అని నిరూపించండి.

13. a) Show that $2^n \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = 1.3.5 \dots (2n-1)\sqrt{\pi}$ where n is a positive integer.

n ఒక ధన పూర్ణాంకం అయినపుడు

$2^n \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = 1.3.5 \dots (2n-1)\sqrt{\pi}$ అని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) To prove that $\beta(l, m) = \frac{\Gamma(l) \cdot \Gamma(m)}{\Gamma(l+m)}$.

$\beta(l, m) = \frac{\Gamma(l) \cdot \Gamma(m)}{\Gamma(l+m)}$ అని నిరూపించండి.

Instt
SEP 2021-2022

[Total No. of Printed Pages-7

**[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-H/CB-
BS632-H/CB-BA628-L/CB-BS632-L]
AT THE END OF SIXTH SEMESTER (CBCS PATTERN)
DEGREE EXAMINATIONS
CLUSTER ELECTIVE - (A2)
MATHEMATICS - VI (F) - SPECIAL FUNCTIONS
(COMMON FOR B.A. B.Sc.)
(From the Admitted Batch of 2015-16)**

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

Answer any **FIVE** questions of the following. (5×5=25)

1. Prove that $H_n^1(x) = 2n H_{n-1}(x) : n \geq 1$

$$H_n^1(x) = 2n H_{n-1}(x) \text{ అని నిరూపించండి ఇక్కడ } n \geq 1$$

2. Prove that

i) $H_{2n}(0) = (-1)^n \frac{(2n)!}{n!}$

ii) $H_{2n+1}(0) = 0$

Turn over

Scanned with CamScanner

$$\text{i)} \quad H_{2n}(0) = (-1)^n \frac{(2n)!}{n!}$$

$$\text{ii)} \quad H_{2n+1}(0) = 0$$

అని నిరూపించండి.

$$3. \quad \text{Prove that } (n+1) L_{n+1}(x) = (2n+1-x) L_n(x) - n L_{n-1}(x)$$

$$(n+1) L_{n+1}(x) = (2n+1-x) L_n(x) - n L_{n-1}(x) \text{ అని నిరూపించండి.}$$

$$4. \quad \text{Show that } P_n(x) \text{ is the coefficient of } h^n \text{ in the expansion in ascending power of } (1-2xh+h^2)^{-1/2}$$

$$(1-2xh+h^2)^{-1/2} \text{ విస్తరణలో } h^n \text{ గుణకము } P_n(x) \text{ అని నిరూపించండి.}$$

$$5. \quad \text{Prove that}$$

$$\text{i)} \quad P_n(1) = 1$$

$$\text{ii)} \quad P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$$

[CB-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-II/CB-BS632-II/CB-BA628-L/CB-BS632-L]

i) $P_n(1)=1$

ii) $P_n(-x)=(-1)^n P_n(x)$ అని నిరూపించండి.

6. Show that $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$. Where 'n' is a positive integer.

$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$ అని నిరూపించండి. ఇక్కడ 'n' ధనపూర్ణంకము.

7. Show that $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

$J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$ అని నిరూపించండి.

8. Find $\sqrt{\frac{-1}{2}}$ and $\sqrt{\frac{-5}{2}}$

$\sqrt{\frac{-1}{2}}$ మరియు $\sqrt{\frac{-5}{2}}$ లను కనుక్కోండి.

SECTION - B

Answer All the following.

(5×10=50)

9. a) Prove that $e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x)$

$$e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} H_n(x) \text{ అని నిరూపించండి.}$$

(OR/లేదా)

b) Prove that

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = 0 \quad \text{if } m \neq n$$

$$= \sqrt{\pi} 2^n n! \quad \text{if } m = n$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = 0 \quad \text{if } m \neq n$$

$$= \sqrt{\pi} 2^n n! \quad \text{if } m = n$$

అని నిరూపించండి.

(5)

-BA628-F/CB-BS632-F/CB-BA628-II/CB-BS632-II/CB-28-L/CB-BS632-L]

a) Prove that $\frac{1}{1-t} e^{\frac{-tx}{1-t}} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n L_n(x)$

$\frac{1}{1-t} e^{\frac{-tx}{1-t}} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n L_n(x)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = 0 \quad \text{if } m \neq n$$
$$= 1 \quad \text{if } m = n$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = 0 \quad \text{if } m \neq n$$
$$= 1 \quad \text{if } m = n$$

అని నిరూపించండి.

a) Prove that $(2n+1)P_n = P_{n+1}^1 - P_{n-1}^1$

$(2n+1)P_n = P_{n+1}^1 - P_{n-1}^1$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

[Turn over

b) Prove that $P_n(x) = \frac{1}{n!2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

$$P_n(x) = \frac{1}{n!2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \text{ అని నిరూపించండి.}$$

12. a) Prove that $xJ_n^1(x) = nJ_n(x) - xJ_{n+1}(x)$

$$xJ_n^1(x) = nJ_n(x) - xJ_{n+1}(x) \text{ అని నిరూపించండి.}$$

(OR/లేదా)

b) Prove that $2J_n^1(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$

$$2J_n^1(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) \text{ అని నిరూపించండి.}$$

13. a) State and prove relation between Beta and Gamma Functions.

బీటా మరియు గామా ప్రమేయాల మధ్య సంబంధము వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

(7)

CB-BA628-F/CB-RS632-F/CB-BA628-H/CB-BS632-H/CB-BA628-L/
B-BS632-L]

b) Find

i) $\int_0^1 x^4 (1-x)^2 dx$

ii) $\int_0^a x^4 \sqrt{a^2 - x^2} dx$

i) $\int_0^1 x^4 (1-x)^2 dx$

ii) $\int_0^a x^4 \sqrt{a^2 - x^2} dx$

కనుక్కోండి.
